

FİZİK BÖLÜMÜ

DERSİN ADI: KUANTUM FİZİĞİ I
ÖDEV SET NO: VIII

SORULAR

S.1- Açık olarak $\frac{\hat{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\hat{p}_2^2}{2m_2} = \frac{\hat{P}^2}{2M} + \frac{\hat{p}^2}{2\mu}$ olduğunu gösteriniz. Burada $\hat{p} = \frac{m_2\hat{p}_1 - m_1\hat{p}_2}{m_1 + m_2}$,
 $\hat{P} = \hat{p}_1 + \hat{p}_2$, $M = m_1 + m_2$, $\mu = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$

S.2- $[L_z, x]$, $[L_z, p_y]$, $[L_x, L_y]$, $[L_x^2, L_z]$, $[L^2, L_z]$, $[L^2, L_x]$ komütasyonlarını hesaplayınız.

S.3- Küresel koordinatlarda L^2 operatörünü elde ediniz.

S.4- Alçaltma yükseltme operatörlerini kullanarak $l=2$, $m=2,1,0$ için (normlanmamış) $Y_l^m(\theta, \phi)$ özfonksiyonlarını bulunuz.

S.5-a) Y_1^0 dan hareketle $\hat{L}_{\pm} = -i\hbar e^{\pm i\phi} [\pm i \frac{\partial}{\partial \theta} - \cot \theta \frac{\partial}{\partial \phi}]$ yükseltme ve alçaltma operatörünü

kullanarak Y_1^1 i elde ediniz. ($Y_1^0(\theta, \phi) = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cos \theta$)

b) $\hat{L}^2 = -\hbar^2 [\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}]$ operatörünü Y_1^1 e direk uygulayarak özdeğerinin $2\hbar^2$ olduğunu gösteriniz.

S.6- Hidrojen atomu için dalga fonksiyonu $t=0$ anında,

$\psi(r, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}} (2\psi_{100} + \psi_{210} + \sqrt{2}\psi_{211} + \sqrt{3}\psi_{21-1})$ şeklindedir. Alt indis kuantum sayıları n, l, m

dir. Spini ihmal ederek,

a) Bu sistemin enerjisinin beklenen değeri nedir?

b) Sistemin zamanın foksiyonu olarak $l=1$, $m=+1$ durumunda bulunma olasılığı nedir?

c) Bu dalga fonksiyonu zamanla nasıl gelişir. ($\psi(r, t) = ?$)

S.7- $|\psi\rangle$ durumu $\hat{L}^2$ ve $\hat{L}_z$ nin özdurumu ise, $\hat{L}^2|\psi\rangle = l(l+1)\hbar^2|\psi\rangle$, $\hat{L}_z|\psi\rangle = m\hbar|\psi\rangle$ şeklindedir, Bu durum için $\langle \hat{L}_z \rangle$ ve $\langle \hat{L}_x^2 \rangle$ hesaplayınız.

S.8- Coulomb alanındaki bir protonun durumu $|n, l, m\rangle$ hidrojenin enerji özdurumu olmak

üzere, $|\psi\rangle = \frac{4}{5}|1, 0, 0\rangle + \frac{3i}{5}|2, 1, 1\rangle$ şeklindedir.

a) $\langle E \rangle = ?$, $\langle L^2 \rangle = ?$, $\langle L_z \rangle = ?$

b) $|\psi(t)\rangle = ?$ Beklenen değerler zamanla nasıl değişir?

S.9- Serbest parçacık, Harmonik osilatör, Hidrojen atomu, He atomu ve Hidrojen molekülü iyonu (H_2^{+1}) için Schrödinger dalga denklemini yazınız.