

FİZİK BÖLÜMÜ

DERSİN ADI: KUANTUM FİZİĞİ II

ÖDEV SET NO: III

SORU 1: m kütleli ve q yüklü bir parçacık ω frekanslı bir boyutlu harmonik potansiyeli içinde zayıf ϵ elektrik alanındadır.

- Enerji için kesin ifadeyi bulunuz.
- Enerjiye gelen ilk sıfırdan farklı düzeltmeyi hesaplayarak, a da elde edilen kesin sonuçla kıyaslayınız.

SORU 2:

- Pozitif z eksenini boyunca yönelmiş $\vec{\epsilon} = \epsilon \vec{k}$ zayıf dış elektrik alanının spin serbestlik derecesini ihmal ederek hidrojen atomunun taban durumuna etkisini inceleyiniz.
- Hidrojen atomunun polarizebilitesi için yaklaşık değer elde ediniz.

SORU 3: Birinci mertebeden (dejenere) pertürbasyon teorisini kullanarak pozitif z eksenini boyunca yönelmiş düzgün zayıf dış elektrik alandaki $n=2$ durumundaki hidrojen atomunun enerji seviyelerini hesaplayınız.

SORU 4: Aşağıdaki iki pertürbasyon tarafından alt kısmında modifiye edilmiş, $2L$ genişlikli sonsuz potansiyel kuyusunda hareket eden m kütleli spinsiz parçacık için birinci mertebe pertürbasyon teorisini kullanarak n. uyarılmış durumundaki enerjisini hesaplayınız.

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 2L \\ \infty, & \text{diğer} \end{cases}$$

- $V_p(x) = \lambda V_0 \sin(\pi x / 2L)$
- $V_p(x) = \lambda V_0 \delta(x - L)$ burada $\lambda \ll 1$

SORU 5: $\lambda \ll 1$ olmak üzere Hamiltoniyeni $\hat{H} = E_0 \begin{pmatrix} 1+\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2\lambda \\ 0 & 0 & -2\lambda & 7 \end{pmatrix}$ ile verilen sistem

için;

- Hamiltoniyeni $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_p$ olarak ayırarak, pertürbe olmamış Hamiltoniyenin H_0 öz-değer ve öz-durumlarını bulunuz.
- $\hat{H}$ diagonalize ederek kesin özdeğerlerini bulunuz. Herbir özdeğeri λ nın ikinci kuvvetine kadar açınız.
- Birinci ve ikinci mertebe dejenere olmayan pertürbasyon teorisini kullanarak $\hat{H}$ 'nin yaklaşık öz-değer ve öz-durumlarını bulunuz. Önceki şıkla kıyaslayınız.

SORU 6: a) $V(x, y, z) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L, 0 < y < L, 0 < z < L \\ \infty, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$ ile verilen sonsuz kübik

potansiyel kuyusunun taban ve birinci uyarılmış durum için kesin öz-değer ve dalga fonksiyonlarını bulunuz. Dejenerelekleri sınıflayınız.

Eğer kübik kuyuya $\hat{H}_p = V_0 L^3 \delta\left(x - \frac{L}{4}\right) \delta\left(y - \frac{3L}{4}\right) \delta\left(z - \frac{L}{4}\right)$ şeklinde pertürbasyon eklenirse;

- Birinci mertbe pertürbasyon teorisini kullanarak taban durum enerjisini hesaplayınız.
- Birinci mertbe (dejenere) pertürbasyon teorisini kullanarak birinci uyarılmış durum enerjisini hesaplayınız.

SORU 7: $[0, L]$ aralığında bir boyutlu sonsuz potansiyel kuyusu aşağıda verilen $V_p(x)$ pertürbasyonu

$$\text{uygulanıyor. } V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L \\ \infty, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad V_p(x) = \begin{cases} V_0, & 0 < x < L/2 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad V_0 \ll 1$$

- Birinci mertbe pertürbasyon teorisini kullanarak E_n enerjisini hesaplayınız.
- WKB yaklaşımını kullanarak E_n enerjisini hesaplayınız. (a) da elde ettiğiniz sonuçla kıyaslayınız.

SORU 8: Elektronun spinini ihmal ederek birinci mertbe pertürbasyon teorisini kullanarak ana eksen xyz eksen $\hat{H}_p = \sum_{\mu=-2}^2 Q_{\mu} r^2 Y_{2\mu}(\Omega)$ olan zayıf kuadrapol alanında olan hidrojenin $2p$ seviyesi enerjisini hesaplayınız. Burada Q_{μ} reel sayılar, $Q_{-1} = Q_1 = 0$ ve $Q_{-2} = Q_2$

SORU 9: m kütleli $1/2$ spinli bir parçacık aşağıda tanımlandığı gibi zayıf dış manyetik alanı olan $2L$ genişlikli simetrik sonsuz potansiyel kuyusundadır.

$$V(x) = \begin{cases} 0, & -L < x < L \\ \infty, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad \vec{B} = \begin{cases} -B\hat{z}, & -L \leq x \leq 0 \\ -B\hat{x}, & 0 \leq x \leq L \end{cases}$$

Birinci mertbe pertürbasyon teorisini kullanarak, parçacığın n . Uyarılmış durum enerjisini hesaplayınız.

SORU 10: Bir boyutlu harmonik osilatör m kütleli ve k yay sabitine sahiptir. Bu osilatör düzgün g yer çekimi alanına konulursa $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} - mgx$, $g=0$ için zamandan bağımsız schrödinger

denkleminin öz fonksiyonları $\Psi_n(x) = A_n e^{-\alpha x^2/2} H_n(\sqrt{\alpha}x)$, $A_n = \sqrt{\frac{1}{2^n n!}} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}$ enerji öz-değerleri ;

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{ve} \quad \alpha = \frac{m\omega}{\hbar}$$

- $g=0$ için x in $x_{n,n-1} = \sqrt{\frac{n}{2\alpha}}$ ve $x_{n,n+1} = \sqrt{\frac{n+1}{2\alpha}}$ hariç x_{nm} matris elemanlarının sıfır olduğunu gösteriniz. (İntegralleri $2xH_n(x) = H_{n+1}(x) + 2nH_{n-1}(x)$ bağıntısını kullanarak yapınız.)
- Pertürbasyon teoremini kullanarak g de birinci mertbede enerji seviyesinin değişmediğini gösteriniz.
- Pertürbasyon teoremini kullanarak g^2 mertbesinde enerji seviyesinin $\frac{m^2 g^2}{2k}$ kadar kaydığını gösteriniz.
- Koordinat sistemini $x' = x - \frac{mg}{k}$ öteleyerek (c) de bulduğunuz sonucun kesin olduğunu gösteriniz.

SORU 11: z-yönünde düzgün bir E elektrik alanına yerleştirilen bir Hidrojenik atomun dejenere $n = 2$ düzeyleri arasındaki yarılmayı hesaplayınız. (Bu doğrusal Stark etkisidir.) Aşağıdaki Hidrojenik dalga fonksiyonları kullanabilirsiniz.

$$|200\rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{1}{2a}\right)^{\frac{5}{2}} \left(2 - \frac{r}{a}\right) e^{-\frac{r}{2a}} \quad |211\rangle = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \left(\frac{1}{2a}\right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{r}{a}\right) e^{-\frac{r}{2a}} \sin(\theta) e^{i\phi}$$

$$|210\rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{1}{2a}\right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{r}{a}\right) e^{-\frac{r}{2a}} \cos(\theta) \quad |21-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \left(\frac{1}{2a}\right)^{\frac{5}{2}} \left(\frac{r}{a}\right) e^{-\frac{r}{2a}} \sin(\theta) e^{-i\phi}$$

SORU 12: Üç boyutlu bir problem için ortonormal bazlarda Hamiltonyenin matris gösterimi;

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & C & 0 \\ C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}$$

şeklinde veriliyor. Burada $H = H^0 + H^1$ olarak verilmiş ve C çok küçük bir sabit ($C \ll 1$)

- H nin kesin özdeğerlerini bulunuz
- İkinci mertebe pertürbasyon teorisini kullanarak öz değerleri hesaplayınız
- Her iki sonucu kıyaslayınız.

SORU 13: m kütleli bir parçacık a genişlikli iki boyutlu kare kuyu potansiyelindedir.

$$V(x, y) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a \text{ ve } 0 < y < a \\ \infty, & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad \text{Kuyuya W pertürbasyonu uygulanırsa}$$

$$W(x, y) = \begin{cases} w_0, & 0 < x < a/2 \text{ ve } 0 < y < a/2 \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

- w_0 ın birinci derecesine kadar taban durum enerjisine gelen düzeltmeyi hesaplayınız.
- w_0 ın birinci derecesine birinci uyarılmış durum enerjisine gelen düzeltmeyi hesaplayınız.

SORU 14: L Toplam yörüngesel açısal momentum, S toplam spin açısal momentum J toplam açısal momentum $J=L+S$ olmak üzere, Manyetik alan yokluğunda H_0, L^2, S^2, J^2 , ve J_z operatörleri birbirleriyle sıra değiştirebilir ve $\{|n, l, j, m_j\rangle\}$ uygun ortonormal tam set bazlardır. Dönme altında değişmezlik $[H_0, J]=0$ ile sağlanır. Eğer atom z yönündeki B manyetik alanına konulursa Hamiltonyen $H=H_0+H_1$, ve $H_1=w_L(L_z+2S_z)$ olur. Manyetik alanın enerji seviyelerine birinci mertebe etkisini hesaplayınız.

SORU 15: İki seviyeli bir sistem için Hamiltonyen matrisi;

$$H = \begin{pmatrix} E_1^0 & \lambda\Delta \\ \lambda\Delta & E_2^0 \end{pmatrix}$$

Şeklinde veriliyor. Açık olarak pertürbe olmamış problemin ($\lambda=0$) enerji öz fonksiyonları,

$\phi_1^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\phi_2^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ile verilir.

- a) Bu problemin kesin çözümünü yaparak ψ_1 ve ψ_2 enerji öz fonksiyonlarını, E_1 ve E_2 enerji öz değerlerini bulunuz.
- b) Aynı problemi $\lambda|\Delta| \ll |E_1^0 - E_2^0|$ varsayımı altında zamandan bağımsız pertürbasyon teorisini kullanarak enerjiye birinci ve ikinci mertebe katkıları bulunuz. Kesin sonuç ile kıyaslayınız.
- c) İki pertürbe olmamış enerjinin dejenere olduğunu varsayarak $\lambda|\Delta| \gg |E_1^0 - E_2^0|$ kesin sonuçla E_1^0 ile E_2^0 birbirine eşit ise dejenere pertürbasyon teorisi uygulayarak kıyaslayınız.